$\cos\widehat{COI} = \dfrac{OI}{OC} \Leftrightarrow OI = OC.\cos\alpha$

$\Leftrightarrow \underline{OI = \cos\alpha}$ **car** $OC = 1$

b- $(\widehat{\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OI}} \equiv \alpha\ [2\pi] \Leftrightarrow (\widehat{\vec{u},\overrightarrow{OI}} \equiv \alpha\ [2\pi]$ car $\vec{u} = \overrightarrow{OC}$

et **comme** $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct **alors**

$\overrightarrow{OI} = OI.[\cos\alpha.\vec{u} + \sin\alpha.\vec{v}] = \cos\alpha[\cos\alpha.\vec{u} + \sin\alpha.\vec{v}]$

D'où $\overrightarrow{OI} = (\cos^2\alpha)\vec{u} + (\cos\alpha\sin\alpha)\vec{v}$.

c- $\diamond\ \overrightarrow{OI} = (\cos^2\alpha)\vec{u} + (\cos\alpha\sin\alpha)\vec{v} \Leftrightarrow I(\cos^2\alpha\,;\cos\alpha\sin\alpha)$

$\diamond\ \overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC} \Leftrightarrow B(-1,0)$

$\blacklozenge\ \overrightarrow{\Omega I} = (\cos^2\alpha).\overrightarrow{\Omega B} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2\alpha - x = (\cos^2\alpha)(-1-x) \\ \cos\alpha\sin\alpha - y = (\cos^2\alpha)(-y) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (\cos^2\alpha - 1)x = -2(\cos^2\alpha) \\ (\cos^2\alpha - 1)y = -\cos\alpha\sin\alpha \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\dfrac{\cos^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} \\ y = \dfrac{\cos\alpha\sin\alpha}{1-\cos^2\alpha} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\cot g^2\alpha \\ y = \cot g\alpha \end{cases}$ **car** $1-\cos^2\alpha = \sin^2\alpha$

Conclusion : $\Omega(2\cot g^2\alpha\,;\cot g\alpha)$

2) α varie dans $]0;\dfrac{\pi}{2}[$

$\Omega(2\cot g^2\alpha\,;\cot g\alpha) \Rightarrow x_\Omega = 2y_\Omega^2$

d'où $\Omega \in$ à l'ensemble $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $y^2 = \dfrac{1}{2}x$

Or $\mathscr{P}$: $y^2 = \dfrac{1}{2}x = 2\dfrac{1}{4}x$ **alors** $\mathscr{P}$ est la parabole de foyer $F\left(\dfrac{1}{8},0\right)$

et de directrice Δ : $x = -\dfrac{1}{8}$.

3) $\{M,N\} = (OA) \cap \mathscr{C}_{[BF]}$ ($\mathscr{C}_{[BF]}$ est le cercle de diamètre [BF])

a- $\mathscr{P}$: $y^2 = \dfrac{1}{2}x \Rightarrow$ l'axe des ordonnées (O.'.) est la tangente au sommet de $\mathscr{P}$

☐ $M \in \mathscr{C}_{[BF]} \Rightarrow (BM) \perp (MF)$

$\Rightarrow$ M est le projeté orthogonal de F (foyer de $\mathscr{P}$) sur (BM)

Or $M \in (OA)$ (la tangente au sommet de $\mathscr{P}$)

donc (BM) est une tangente à $\mathscr{P}$

☐ $N \in \mathscr{C}_{[BF]} \Rightarrow (BN) \perp (NF)$

$\Rightarrow$ N est le projeté orthogonal de F (foyer de $\mathscr{P}$) sur (BN)

Or $N \in (OA)$ (la tangente au sommet de $\mathscr{P}$)